DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
UNIVERSIDAD DE ANTOFAGASTA

GUIA DE EJERCICIOS CÁLCULO NUMÉRICO
INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN

1. Si $x_0 = 0$, $x_1 = 5$, $n = 5$, $f_5 = 0.4663$, $\triangle f_1 = 0.0888$, $\triangle^2 f_0 = 0.0013$, $\triangle^3 f_2 = 0.0017$, $\triangle^3 f_0 = 0.0002$ y $\triangle^4 f_0 = -0.0002$.
   a) Construir la tabla de diferencias progresivas.
   b) Usando un polinomio de interpolación cuadrático estimar el valor de $f(x)$ en $x = 18$.

2. En la Tabla 1 se muestran los valores de la integral de probabilidad
$$\phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$
   Usando un polinomio interpolador cuadrático, calcular $\phi(1.43)$.

Tabla 1:

x_n	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
$\phi(x_n)$	0.8427	0.8802	0.9103	0.9340	0.9523	0.9661

3. ¿Un valor para arcsen(0.5335) se obtiene por interpolación lineal con $x_0 = 0.5330$, $x_1 = 0.5340$. Estimar el error cometido.

4. Para los datos mostrados en la Tabla 2:
   a) Determinar el polinomio que pase por cada uno de los puntos.
   b) ¿Dónde corta la función $y = f(x)$ al eje X ?

Tabla 2:

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	-1	-3	7	41	111	229	407

5. Sea $f(x) = 3xe^x - 2e^x$, con $x_0 = 1.3$, $x_1 = 1.5$, $x_2 = 1.7$.
   a) Aproxime $f(1.4)$, usando el polinomio de Lagrange.
   b) Compare el error real con la cota de error del polinomio de interpolación.
   c) Halle el polinomio de interpolación de Newton.

6. Hallar el polinomio interpolador de tercer grado de la función $sen(x)$ en los puntos 0, $\pi/4$, $3\pi/4$, π. Hallar además el polinomio interpolador de cuarto grado en los puntos En ambos casos 0, $\pi/4$, $3\pi/4$, π. dé una estimación para el error.

7. Los valores por observación de cierto fenómeno están dados en la Tabla 3. Si el valor exacto de $f(x)$ en $x = 0.5$ es $f(0.5) = -0.6898701938$, ¿cuál de las alternativas siguientes aproxima mejor el valor $f(0.5)$? :
   a) El polinomio de interpolación de Newton.
   b) El ajuste de la forma $F(x) = Asen(x) + Be^x$.

Tabla 3:

x	0	0.2	0.4	0.6
f(x)	-1	-0.824	-0.713	-0.7

8. La Tabla 4, contiene los valores de la función de Bessel de orden 1/2 (denotada por $J_{1/2}(x)$), definida por la fórmula

$$f(x) = J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} sen(x)$$

Verificar cuál expresión aproxima mejor el valor de $J_{1/2}(1.5)$:
a) El polinomio de Newton cuyos puntos de interpolación son $x_0 = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 4$, $x_4 = 5$.
b) El método de mínimos cuadrados para la función $F(x) = C_1 + C_2 sen(x)$.

9. A partir de la Tabla 5, formar una tabla de diferencias divididas y utilizarla para estimar log(1.25) y log(2.5) por interpolación cúbica. Estimar el error de estas aproximaciones . Comparar la diferencia de los valores calculados con el valor de log(2).

Tabla 4:

x_n	1	2	3	4	5
$f(x) = J_{1/2}(x)$	0.6714	0.513	0.0650	-0.302	-0.342

Tabla 5:

x	1.0	1.5	2.0	3.0	3.5
log(x)	0.00000	0.17609	0.30103	0.47712	0.54407

PROBLEMAS DE PRUEBAS ANTERIORES

1. El coeficiente de rozamiento de un objeto que se desliza en un plano inclinado se midió como una función del ángulo de inclinación del plano. Las observaciones entregaron los resultados mostrados en la Tabla 6.

Tabla 6:

θ(en grados)	10	20	30	40	50	60	70
r(coef. de rozamiento)	0.16	0.34	0.55	0.85	1.24	1.82	2.80

a) Calcular el coeficiente de roce para un plano cuyo ángulo de inclinación es de 35.5 grados.
b) Determinar al ángulo de inclinación si el índice de rozamiento es 1.57.

2. Los datos de la Tabla 7, representan el consumo de un nuevo producto en cierta ciudad durante el año 2002. Admitiendo que el consumo es de tipo exponencial (Ae^{Bt}) estimar el consumo para el mes de Junio, usando el método de los Mínimos Cuadrados.

Tabla 7:

mes	enero	febrero	marzo	abril	mayo
consumo	42	67	112	181	314

3. Durante los primeros años la población de un cierto país creció casi exponencialmente. Determinar la mejor curva que represente el crecimiento de la población, a partir de los datos de 1790 a 1860, según la Tabla 8:

Tabla 8:

Año	1790	1800	1810	1840	1850	1860
Población (millones)	3.9	5.3	7.3	17.1	23.2	31.4

4. Dada la Tabla 9:
a) Usando un proceso de interpolación cuadrático:
i) obtener una aproximación de $e^{0.35}$.
ii) estimar x, tal que $e^x = 1.3165$.
b) Determinar la exactitud con que se puede estimar $e^{0.35}$, mediante un polinomio de interpolación de Lagrange.

5. En el método de los Mínimos Cuadrados, para una función de la forma $f(x) = Ax + B$, conocidos $(x_i, y_i), i = 1, \ldots, N$; se pide :
a) Indicar lo que se debe minimizar.
b) Usando la regla de Crammer, hallar las constantes A y B del sistema obtenido al minimizar la expresión dada en a).

Tabla 9:

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
e^x	1	1.1052	1.2214	1.3499	1.4918	1.6487

6. Estimar la integral

$$\int_{-0.1}^{0.5} e^{-x^2}dx$$

aproximando previamente $f(x) = e^{-x^2}$ por un polinomio de interpolación cúbico. (realice sus cálculos redondeando a 6 cifras decimales)

7. Dada la tabla 10:

a) Utilizando interpolación cuadrática, hallar el valor de $arctg(0.67)$ con tres cifras decimales de exactitud.
b) Utilizando la tabla en sentido contrario, determine por el mismo método el valor de $tg(\frac{\pi}{6})$ con tres cifras de exactitud.

Tabla 10:

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$arctgx$	0	0.197396	0.380506	0.540420	0.674741	0.785398

8. Si $x_0 = 1$, $x_1 = 1.1$, $n = 5$, $f_5 = 0.9661$, $\triangle f_1 = 0.0301$, $\triangle^2 f_0 = -0.0074$, $\triangle^3 f_0 = 0.001$, $\triangle^3 f_2 = 0.0009$ y $\triangle^4 f_0 = 0$.
a) Construir la tabla de diferencias progresivas.
b) Usando un polinomio de interpolación cuadrático estimar el valor en $x = 1.43$.